

Optimasi Pendistribusian Makanan Ringan pada Algoritma Transportasi Menggunakan Metode Voge

Martini¹

Abstract-For some people or companies that produce product always want the maximum benefit with minimum expenditure. Food is the most widely-made product because it is plentiful consumed by the public. Many who take advantage of the food-making business to fulfil viability or just mere talent. We often encounter food produced by large companies, midsize companies, even their own business (home industry). Many of the constraints that are typically encounter on little business such as marketing difficulties, counting the number of the production and profits, price competition, or innovate and create various types of different taste. The expired of the pasty products surely are not long, therefore it needs good marketing by distributing an appropriate amount to the right place, given the competition for this type of food is very high. Few meters away could sell the same type of cake, so it is necessary to maintain the quality of taste and price. From the problem above the authors make a settlement with the transport algorithm using Vogel method that can simplify the distribution for cake makers to minimize the cost of production and determining the right amount on demand.

Keywords: expired, Transport Algorithms, Methods Vogel, minimize production costs

Intisari-Bagi sebagian orang atau perusahaan yang menghasilkan produk selalu menginginkan keuntungan yang maksimal dengan pengeluaran yang minimal. Makanan merupakan produk yang paling banyak dibuat karena banyak dikonsumsi oleh publik. Banyak sekali yang memanfaatkan usaha pembuatan makanan baik untuk memenuhi kelangsungan hidupnya maupun hanya sekedar menyalurkan bakat. Sering kita jumpai makanan yang diproduksi oleh perusahaan besar, perusahaan menengah, bahkan usaha sendiri (*home industry*). Banyak kendala yang biasanya dihadapi pada usaha kecil seperti kesulitan pemasaran, menghitung jumlah produksi dan keuntungan, persaingan harga, dan membuat inovasi berbagai jenis rasa yang berbeda. Produk kue basah tentunya memiliki kadaluarsa yang tidak lama, oleh karena itu diperlukan pemasaran yang baik dengan mendistribusikan jumlah yang sesuai ke tempat yang tepat, mengingat persaingan untuk makanan jenis ini sangat tinggi. Beberapa meter pun bisa saja menjual kue yang sama, sehingga perlu mempertahankan kualitas rasa

Kata kunci: kadaluarsa, Algoritma Transportasi, Metode Vogel, meminimalkan ongkos produksi

I. PENDAHULUAN

Sekarang ini banyak sekali hasil produksi berupa jajanan atau makanan ringan kita jumpai di tempat-tempat umum. Di satu lokasi bisa saja menjual dengan jenis yang sama, dikarenakan jenis makanan ringan ini mudah dibuat, banyak digemari, dan harganya relatif murah. Makanan ringan seperti kue basah dapat kita jumpai di pagi hari. Biasanya produsen kecil ini menjual tanpa mempertimbangkan bagaimana cara perhitungan yang tepat untuk membuat makanan, yang penting semua makanan laku terjual. Sering kali produsen kecil kesulitan untuk menjualkan hasil produksinya. Sebuah perusahaan besar sudah barang tentu mempunyai kerja sama dengan pihak lain untuk memasarkan hasil produksinya. Tetapi untuk produsen kecil sering mengalami kesulitan dalam menentukan berapa banyak jumlah yang tepat dapat dibuat untuk selanjutnya didistribusikan. Untuk pembuat makanan juga mengalami hal serupa, tetapi tidak untuk makanan yang kadaluarsanya cukup lama. Bagi makanan yang memiliki kadaluarsa cepat akan menimbulkan masalah untuk mengetahui jumlah yang tepat untuk diproduksi dan bagaimana cara menjualnya dalam waktu yang tidak lebih dari satu hari.

Algoritma transportasi dapat merepresentasikan permasalahan distribusi di atas dengan sebuah model jaringan yang kemudian disederhanakan dalam model transportasi. Dengan beberapa metode yang dapat digunakan dalam algoritma transportasi ini dapat meminimalkan biaya produksi dan menghitung jumlah yang tepat untuk didistribusikan. Walaupun pada akhirnya tidak semua jenis makanan dapat dititipkan ke setiap toko tetapi sudah dapat membantu produsen untuk memperkirakan jumlah kebutuhan yang akan dibuatnya.

II. KAJIAN LITERATUR

Pembahasan dalam kajian ini menjelaskan tentang pemrograman bilangan bulat dimana pemecahan optimal pada permasalahan ini merupakan bilangan bulat. Salah satu yang merupakan bagian pemrograman bilangan bulat adalah Algoritma Transportasi yang melibatkan pengiriman dari sumber ke tujuan.

A. Definisi Model Transportasi

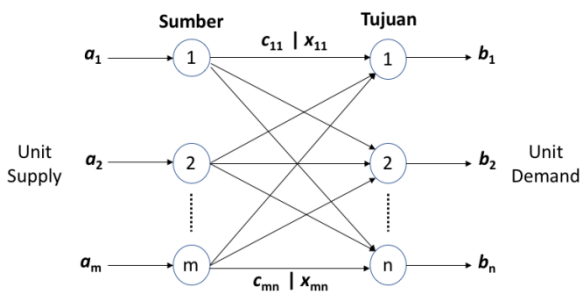
Model transportasi merupakan masalah pemrograman bilangan bulat yang melibatkan suatu pengiriman dari sumber

¹AMIK BSI Jakarta, Jl. RS Fatmawat No. 24, Pondok Labu, Jakarta Selatan. Telp (021)7500282; e-mail: martini.mtn@bsi.ac.id

ke tujuan, biasanya yang sering dihadapi dalam pendistribusian barang.

“Model transportasi adalah kelas khusus dari program linier yang berhubungan dengan pengiriman komoditas dari sumber ke tujuan” (Taha, 2007:193). Tujuannya adalah untuk menentukan jadwal pengiriman yang meminimalkan biaya pengiriman secara keseluruhan tanpa melanggar kendala jumlah pasokan (*supply*) dan permintaan (*demand*).

Permasalahan umum transportasi diwakili oleh jaringan pada Gambar 2.1. Ada m sumber dan n tujuan, masing-masing diwakili oleh *node*. Tanda panah menghubungkan rute dari sumber ke tujuan. Arc (i, j) merupakan pengiriman sumber i ke tujuan j dengan membawa dua jenis informasi: biaya transportasi per unit (c_{ij}), dan jumlah yang dikirim (x_{ij}). Jumlah pasokan di sumber i adalah a_i dan jumlah permintaan pada tujuan j adalah b_j . Tujuan model adalah untuk menentukan x_{ij} yang telah diketahui yang akan meminimalkan biaya transportasi total sekaligus mengalokasikan semua penawaran/pasokan dan permintaan yang dibuat sebagai pembatasan atau kendala.



Gambar 1
Model Transportasi

B. Model Transportasi Seimbang

Algoritma transportasi didasarkan pada asumsi model yang seimbang, yang berarti bahwa total permintaan (*demand*) sama dengan total pasokan (*supply*). Jika model ternyata tidak seimbang, dengan cara menambahkan sumber buatan atau *dummy* untuk mengembalikan keseimbangan.

Model transportasi melibatkan sejumlah *Supply* dan *Demand* yang sama, disebut Model Seimbang yang dapat dituliskan:

$$\text{Total Supply} = \text{Total Demand}$$

Atau

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (1)$$

Masalah transportasi dapat dinyatakan dalam pemrograman bilangan bulat sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

(4)

$$\text{Dengan kendala: } \sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

dan : semua x_{ij} bulat tak negatif

C. Algoritma Transportasi

Dengan menggunakan pemrograman bilangan bulat maka akan terdapat m, n buah variabel yang mengakibatkan penyelesaian iterasinya akan terlalu lama. Untuk itu dilakukan langkah-langkah penyelesaian model transportasi, yaitu:

- Menentukan model matematis dan membuat tabel transportasi
- Penentuan solusi awal
- Uji optimalitas
- Memperbaiki pemecahan jika tidak optimal
- Mengulangi langkah c sampai pemecahan optimal

Tabel 1
Tabel Transportasi
TUJUAN

		1	2	3	...	n	Supply	u_i
S U B J E K	1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	...	c_{1n}	a_1	u_1
		x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1n}		
2		c_{21}	c_{22}	c_{23}	...	c_{2n}	a_2	u_2
		x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2n}		
...	
			

D. Penentuan solusi awal

Model transportasi umum dengan m sumber dan n tujuan memiliki $m + n$ persamaan kendala untuk setiap sumber dan tujuan masing-masing. Namun, karena model transportasi selalu seimbang, salah satu persamaan kendala ini adalah memiliki nilai yang lebih/kurang. Dengan demikian, model memiliki $m + n - 1$ persamaan kendala independen, yang berarti bahwa solusi dasar mempunyai $m + n - 1$ variabel dasar. Beberapa metode yang dapat digunakan dalam Algoritma Transportasi [4]:

1) Metode Sudut Barat Laut (*North-West Corner Method*)

Metode ini dimulai dari sudut barat laut pada tabel transportasi (variabel x_{ij}).

Langkah 1: Alokasikan pada x_{11} sebanyak mungkin unit tanpa melanggar kendala-kendalanya, dan menyesuaikan jumlah *supply* atau *demand* dengan mengurangi jumlah yang dialokasikan.

Langkah 2: Tinjau baris atau kolom dengan *supply* atau *demand* yang nilainya sudah nol untuk menunjukkan bahwa tidak ada alokasi selanjutnya yang dapat dibuat dalam baris atau kolom tersebut. Jika kedua baris dan kolom bernilai nol secara bersamaan, coret salah satunya.

Langkah 3: Jika masih ada beberapa *supply* yang tersisa, maka lanjutkan dengan berpindah satu sel ke

kanan, atau jika tidak lanjutkan satu sel ke bawahnya. Pada tiap-tiap sel alokasikan sebanyak mungkin pada sel x_{ij} yang ditinjau tanpa melanggar kendalanya.

Langkah 4: Lanjutkan ke langkah 1 sampai pada variabel x_{mn} . Tidak ada alokasi yang bernilai negatif dan bisa saja bernilai nol.

2) Metode Vogel (*Vogel's Approximation Method* atau VAM) Metode yang paling mudah untuk menemukan solusi awal yang lebih baik dengan konsentrasi pada rute termurah. Metode ini memberikan sebanyak mungkin ke sel dengan biaya unit terkecil, jika lebih dari satu maka dipilih secara sembarang.

Langkah 1: Untuk tiap-tiap baris dan kolom, hitunglah selisih antara dua biaya pengiriman c_{ij} terkecil.

Langkah 2: Tinjau baris atau kolom yang selisihnya terbesar, jika ternyata sama/seri pilih salah satunya secara sembarang. Dalam baris atau kolom tersebut pilihlah sel yang memiliki ongkos pengiriman c_{ij} terkecil, dan alokasikan sebanyak mungkin unit tanpa melanggar kendalanya.

Langkah 3: Selanjutnya, silang baris atau kolom yang telah memenuhi jumlah *supply* atau *demand*, jika kolom atau baris dipenuhi secara bersamaan, hanya 1 yang disilang.

Langkah 4: Ulangi langkah 1 sampai semua baris dan kolom tersilang (permintaan terpenuhi).

3) Metode Ongkos Terkecil (*Least Cost Method*)

Metode ini melakukan perhitungan matematis berdasarkan biaya terkecil.

Langkah 1: Untuk setiap baris atau kolom, pilih biaya terkecil (c_{ij}), jika lebih dari satu maka pilih secara sembarang.

Langkah 2. Pada sel yang telah dipilih (x_{ij}), alokasikan sebanyak mungkin *supply* atau *demand* tanpa melanggar kendalanya. Coret baris atau kolom yang telah menghabiskan jumlah *supply* atau *demand* sebesar nol. Jika baris atau kolom memiliki nilai yang sama, maka hanya satu dari dua yang dicoret.

Langkah 3. Ulangi langkah 1 sampai semua *supply* dan *demand* terpenuhi.

Metode Sudut Barat Laut adalah metode yang paling sederhana, tetapi Metode Vogel yang memperhitungkan biaya pengiriman unit, pemecahan awalnya selalu mendekati pemecahan optimal.

Secara logika, hasil yang didapat dengan Metode Ongkos Terkecil akan lebih baik dibandingkan dengan Metode Sudut Barat Laut karena pengisian alokasinya tidak mempertimbangkan biaya pengiriman pada x_{ij} dimaksud. Akibatnya, total biaya pengiriman akan cenderung tidak optimal.

E. Uji Optimalitas

Langkah ini dilakukan untuk mengetahui apakah tabel pada penentuan solusi awal sudah optimal atau belum, maka dilakukan uji optimalitas terhadap biaya (c_{ij}) dan variabel-variabel dasar a_i dan b_j .

Langkah-langkah yang dilakukan pada tahap ini adalah:

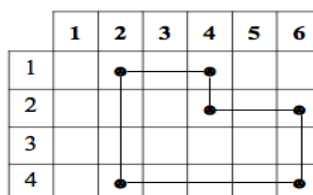
- Tetapkan salah satu secara sembarang dari u_i atau v_j dalam tabel dengan harga nol, diutamakan pada baris atau kolom yang memiliki lebih banyak variabel dasar.
- Hitunglah u_i dan v_j untuk tiap-tiap nilai variabel dasar dengan rumus sel(i,j): $u_i + v_j = c_{ij}$.
- Hitunglah semua variabel tak dasar dengan rumus $c_{ij} - u_i - v_j$. Jika hasilnya tidak ada yang bernilai negatif, maka penyelesaian optimal sehingga tidak perlu dilakukan langkah perbaikan.

F. Memperbaiki Pemecahan

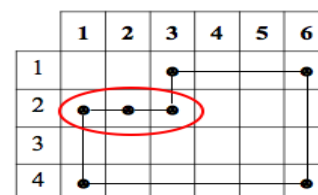
Tabel dikatakan optimal apabila $c_{ij} - u_i - v_j \geq 0$. Jika ada satu saja yang bernilai negatif, maka perlu ditingkatkan optimalnya dengan melakukan perbaikan pada tabel.

Buatlah loop tertutup yang berisi barisan sel-sel variabel dasar sedemikian rupa sehingga [1]:

- Tiap-tiap pasangan sel yang berurutan terletak dalam baris yang sama atau kolom yang sama.
- Tidak ada tiga sel berurutan yang terletak dalam baris atau kolom yang sama.
- Sel pertama dan terakhir dalam barisan sel ini terletak dalam baris atau kolom yang sama.
- Tidak ada sel yang muncul lebih dari sekali dalam barisan sel ini.



Gambar 2
Loop yang benar



Gambar 3
Loop yang salah

Dari Gambar 2 di atas loop membentuk barisan sel (1, 2), (1, 4), (2, 4), (2, 6), (4, 6), (4, 2). Sedangkan Gambar 3 adalah loop yang salah karena pada baris kedua ada tiga variabel dasar terbentuk dalam barisan sel ini. Besaran tak dasar yang paling negatif ini dijadikan variabel pemasukan (*incoming variable*) yang terdapat dalam loop. Kemudian alokasikan bagi variabel sel pemasukan ini sebanyak mungkin unit sehingga setelah dilakukan penyesuaian yang sesuai pada sel-sel lain dalam loop ini, tidak melanggar kendala *supply* dan *demand*, semua alokasi tak negatif, dan salah satu dari variabel dasar yang lama telah direduksi menjadi nol. Jadi salah satu variabel dasar akan digantikan dengan variabel tak dasar (dihilangkan) dan menerapkan rumus $m + n - 1$ variabel dasar. Setelah ini lanjutkan dengan uji optimalitas kembali.

III. HASIL PENELITIAN

Usaha produksi tidak hanya dilakukan oleh perusahaan besar, tetapi juga untuk kelompok atau perorangan yang membuat hasil produksi untuk kemudian dipasarkan. Jika usaha yang digelutinya memang cukup banyak diminati oleh masyarakat luas, maka tidak menutup kemungkinan usaha kecil pun bisa menjadi usaha yang maju. Sekarang ini banyak penjual yang menjajakan makanan/kue yang mudah dibuat dan merupakan konsumsi yang paling banyak diminati konsumen dengan pertimbangan praktis dan murah. Ada juga konsumen yang hanya sekedar mengisi perut agar tidak terasa lapar sampai menemukan makanan utama untuk makan pagi atau makan siang. Hal inilah yang dimanfaatkan oleh pedagang untuk menjual makanan ringan. Makanan tersebut banyak sekali ragamnya, ada yang berbentuk makanan kering dan juga kue basah.

Penelitian dilakukan kepada seorang pembuat makanan kue basah atau yang sering kita sebut jajanan pasar yang diproduksi sendiri. Makanan tersebut didistribusikan ke toko-toko untuk membantu menjualkannya. Namun sering kali kendala muncul untuk memastikan jumlah yang tepat yang dikirimkan ke setiap toko hingga diperoleh hasil yang maksimal dengan biaya yang minimal. Beberapa pertimbangan untuk mendistribusikan makanan menjadikan harga dapat saja berbeda di setiap toko yang dapat dipengaruhi oleh:

- Lokasi. Seberapa jauh dan ramai lokasi dapat dijangkau oleh pembeli. Untuk lokasi yang cukup ramai pembeli, maka tidak khawatir makanan akan basi mengingat makanan tersebut dibuat tidak untuk waktu yang lama.
- Rasa. Pembeli akan membeli kembali apabila makanan tersebut terasa enak dan bahkan dapat saja menceritakan kepada orang lain yang secara tidak langsung membantu promosi.
- Harga. Merupakan persaingan yang cukup ketat, terlebih jika di sekitar toko ada juga pedagang yang menjual makanan yang sama.

Dari kendala di atas pembuat kue mengalami kesulitan untuk menentukan berapa banyak jumlah yang dapat didistribusikan ke setiap toko, karena akan mempengaruhi biaya untuk memproduksi makanan berikut pengolahannya, dan biaya mengantar ke setiap toko.

G. Analisa Masalah

Telah disebutkan di atas bahwa penelitian ini dilakukan pada seorang pembuat kue basah yang membuat 4 jenis kue setiap harinya, yaitu tahu isi (m1), lontong (m2), lempem (m3), dan risoles (m4). Keempat jenis kue tersebut memerlukan biaya-biaya produksi, perhitungan keuntungan, jumlah permintaan dan penawaran yang diuraikan sebagai berikut:

- Biaya produksi untuk masing-masing kue m1, m2, m3, m4 berturut-turut sebesar Rp. 750, Rp.900, Rp.1000, dan Rp.1200.
- Kue-kue dititipkan ke 5 toko untuk menjualkannya, dan memerlukan ongkos untuk mengantar kue-kue tersebut dengan biaya berturut-turut Rp.2000, Rp.3000, Rp.3000,

Rp.0, dan Rp.2000. Ongkos sebesar Rp. 0 karena lokasi toko yang dititipkan dekat dengan rumah sehingga tidak memerlukan biaya.

- Jumlah kue-kue yang diproduksi setiap harinya adalah sebanyak 100 buah tahu isi, 100 buah lontong, 150 buah lempem, dan 75 buah risoles.
- Setiap toko (T) telah menetapkan jumlah permintaan setiap harinya sebesar 80 buah untuk T1, 80 buah untuk T2, 60 buah untuk T3, 100 buah untuk T4, dan 75 buah untuk T5.
- Harga jual untuk setiap kue adalah m1 seharga Rp.1500, m2 seharga Rp.1500, m3 seharga Rp.2000, dan m4 seharga Rp.2000.

Dari uraian di atas, pembuat kue mendistribusikan produksinya dengan biaya yang berbeda-beda. Biaya distribusi ke masing-masing toko sudah diperhitungkan dengan ongkos pengiriman seperti dituliskan dalam tabel berikut:

Tabel 2
Biaya Distribusi

	Toko 1	Toko 2	Toko 3	Toko 4	Toko 5
Tahu isi (m1)	800	850	850	750	800
Lontong (m2)	950	1000	1000	900	950
Lempem (m3)	1050	1100	1100	1000	1050
Risoles (m4)	1250	1300	1300	1200	1250

H. Permasalahan

Makanan merupakan hasil produksi yang tidak bisa bertahan lama, terutama makanan berupa kue basah yang bertahan tidak lebih dari satu hari. Dalam kasus ini makanan yang diproduksi tidak bertahan lama, sehingga diperlukan analisa agar produsen tidak mengalami kerugian karena kualitas makanan sudah berkurang, sehingga kue-kue yang dititipkan di toko jumlahnya sesuai dengan yang permintaan pembeli yang diperoleh dari hasil analisa pasar. Setiap harinya ada saja kue yang tidak laku dijual, sehingga perlu bagi pembuat kue untuk mendistribusikan jumlah yang tepat ke setiap toko. Perjanjian awal mengenai keuntungan dengan pemilik toko adalah hasil penjualan dibagi berdasarkan prosentase 60% untuk pembuat kue dan 40% untuk pemilik toko. Permasalahan yang sering dialami adalah jika kue masih tersisa dan jika sudah terlalu lama dikhawatirkan akan rusak atau basi. Hal ini yang menjadi permasalahan bagi pembuat kue untuk meminimalkan biaya pembuatan kue.

I. Pemecahan Masalah

Untuk memecahkan masalah bagi pembuat kue, penulis menggunakan Algoritma Transportasi dengan metode *Vogel*. Alasan memilih metode *Vogel* dikarenakan hasil dari metode tersebut mendekati optimal, dan biasanya tidak perlu lagi dilakukan langkah perbaikan.

1) Model Matematis

Dari uraian analisa di atas model matematis dapat dibuat dengan singkat pada sebuah tabel. Untuk memenuhi semua kebutuhan pertama kali dihitung jumlah *demand* dan *supply*. Karena jumlah *supply* (100 + 100 + 150 + 75 = 500) melebihi jumlah *demand* (80 + 80 + 60 + 100 + 75 = 395) maka diciptakan sebuah *demand* buatan (*dummy*) yang jumlahnya sama dengan kekurangan *demand*, yaitu

sebesar 30. Sedangkan sebenarnya tidak ada biaya yang dikeluarkan dari sumber buatan ke tujuan buatan, maka biayanya akan diisi dengan 0 (nol).

Tabel 3
Biaya pada Tabel Transportasi

	T1	T2	T3	T4	T5	dummy	Supply	u_i
m1	800	850	850	750	800	0	100	u_1
m2	950	1000	1000	900	950	0	100	u_2
m3	1050	1100	1100	1000	1050	0	150	u_3
m4	1250	1300	1300	1200	1250	0	75	u_4
Demand	80	80	60	100	75	30		
v_j	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6		

2) Penentuan Solusi Awal dengan Metode Vogel

Langkah pertama dengan menentukan selisih dari dua nilai biaya terkecil pada semua baris dan kolom, kemudian mencari selisih terbesar, dalam perhitungan ini adalah 1200 pada baris m4. Alokasikan sebanyak mungkin unit dari supply/demand pada sel (4, 6) tanpa melanggar kendala-kendalanya. Jadi x_{46} menghabiskan demand dari tujuan 6 dan mengeliminasi kolom 6 untuk perhitungan selanjutnya.

Tabel 4
Menentukan Variabel Dasar Pertama

	T1	T2	T3	T4	T5	dummy	Supply	Selisih
m1	800	850	850	750	800	0	100	750
m2	950	1000	1000	900	950	0	100	900
m3	1050	1100	1100	1000	1050	0	150	1000
m4	1250	1300	1300	1200	1250	0	75	1200
Demand	80	80	60	100	75	30		
Selisih	150	150	150	150	150	0		

Ulangi langkah tadi dengan mencari selisih dari dua nilai terkecil.

Tabel 5
Menentukan Variabel Dasar Kedua

	T1	T2	T3	T4	T5	dummy	Supply	Selisih
m1	800	850	850	750	800	0	100	750 50
m2	950	1000	1000	900	950	0	100	900 50
m3	1050	1100	1100	1000	1050	0	150	1000 50
m4	1250	1300	1300	1200	1250	0	75	1200 50
Demand	80	80	60	100	75	30		
Selisih	150 150	150 150	150 150	150 150	150 150	0		

Tabel 6
Menentukan Variabel Dasar Ketiga

	T1	T2	T3	T4	T5	dummy	Supply	Selisih
m1	800 80	850 20	850	750	800	0	100	750 50 50
m2	950	1000	1000	900	950	0	100	900 50 50
m3	1050	1100	1100	1000	1050	0	150	1000 50 50
m4	1250	1300	1300	1200	1250	0	75	1200 50 50
Demand	80	80	60	100	75	30		
Selisih	150 150	150 150	150 150	150 150	150 150	0		

Tabel 7

Menentukan Variabel Dasar Keempat

	T1	T2	T3	T4	T5	dummy	Supply	Selisih
m1	800 80	850 20	850	750	800	0	100	750 50 50
m2	950	1000	1000 60	900	950	0	100	900 50 50 50
m3	1050	1100	1100	1000	1050	0	150	1000 50 50 50
m4	1250	1300	1300	1200	1250	0	75	1200 50 50 50
Demand	80	80	60	100	75	30		
Selisih	150 150	150 150	150 150	150 150	150 150	0		

Tabel terakhir pada perhitungan ini adalah:

Tabel 8
Menentukan Variabel Dasar Kesembilan (Terakhir)

	T1	T2	T3	T4	T5	dummy	Supply	u_i
m1	800 80	850 20	850 (0)	750 (0)	800 (0)	0 (450)	100	-250
m2	950 (0)	1000 60	1000 40	900 (0)	950 (0)	0 (300)	100	-100
m3	1050 (0)	1100 (0)	1100 20	1000 100	1050 30	0 (200)	150	0
m4	1250 (0)	1300 (0)	1300 (0)	1200 (0)	1250 45	0 30	75	200
Demand	80	80	60	100	75	30		
v_j	1050	1100	1100	1000	1050	-200		

3) Uji Optimalitas

Untuk mengetahui apakah Tabel 8 sudah optimal atau belum maka harus dilakukan uji optimalitas. Langkah awal perhitungan dengan mencari nilai terhadap variabel-variabel u_i dan v_j pada sel-sel variabel dasar dari tabel. Dengan memilih $u_3 = 0$ karena baris ketiga lebih banyak mengandung variabel dasar, sehingga mempermudah penyederhanaan perhitungan. Rumus yang dipakai adalah Sel (i,j) : $u_i + v_j = c_{ij}$

- Sel (3,3) : $u_3 + v_3 = c_{33}$, $0 + v_3 = 1100$, atau $v_3 = 1100$
- Sel (3,4) : $u_3 + v_4 = c_{34}$, $0 + v_4 = 1000$, atau $v_4 = 1000$
- Sel (3,5) : $u_3 + v_5 = c_{35}$, $0 + v_5 = 1050$, atau $v_5 = 1050$
- Sel (4,5) : $u_4 + v_5 = c_{45}$, $u_4 + 100 = 1250$, atau $u_4 = 200$
- Sel (4,6) : $u_4 + v_6 = c_{46}$, $200 + v_6 = 0$, atau $v_6 = -200$
- Sel (2,3) : $u_2 + v_3 = c_{23}$, $u_2 + 100 = 1000$, atau $u_2 = -100$

Sel (2,2) : $u_2 + v_2 = c_{22}, -100 + v_2 = 1000$, atau $v_2 = 1100$

Sel (1,2) : $u_1 + v_2 = c_{12}, u_1 + 110 = 850$, atau $u_1 = -250$

Sel (1,1) : $u_1 + v_1 = c_{11}, -250 + v_1 = 800$, atau $v_1 = 1050$

Selanjutnya menghitung besaran-besaran $c_{ij} - u_i - v_j$ untuk tiap-tiap variabel tak dasar.

Sel (1,3) : $c_{13} - u_1 - v_3 = 850 - (-250) - 1100 = 0$

Sel (1,4) : $c_{14} - u_1 - v_4 = 750 - (-250) - 1000 = 0$

Sel (1,5) : $c_{15} - u_1 - v_5 = 800 - (-250) - 1050 = 0$

Sel (1,6) : $c_{16} - u_1 - v_6 = 0 - (-250) - (-200) = 450$

Sel (2,1) : $c_{21} - u_2 - v_1 = 950 - (-100) - 1050 = 0$

Sel (2,4) : $c_{24} - u_2 - v_4 = 900 - (-100) - 1000 = 0$

Sel (2,5) : $c_{25} - u_2 - v_5 = 950 - (-100) - 1050 = 0$

Sel (2,6) : $c_{26} - u_2 - v_6 = 0 - (-100) - (-200) = 300$

Sel (3,1) : $c_{31} - u_3 - v_1 = 1050 - 0 - 1050 = 0$

Sel (3,2) : $c_{32} - u_3 - v_2 = 1100 - 0 - 1100 = 0$

Sel (3,6) : $c_{36} - u_3 - v_6 = 0 - 0 - (-200) = 200$

Sel (4,1) : $c_{41} - u_4 - v_1 = 1250 - 200 - 1050 = 0$

Sel (4,2) : $c_{42} - u_4 - v_2 = 1300 - 200 - 1100 = 0$

Sel (4,3) : $c_{43} - u_4 - v_3 = 1300 - 200 - 1100 = 0$

Sel (4,4) : $c_{44} - u_4 - v_4 = 1200 - 200 - 1000 = 0$

Karena tidak ada hasil yang negatif pada perhitungan variabel tak dasar ($c_{ij} - u_i - v_j$), maka penyelesaiannya sudah optimal artinya tidak perlu dilakukan tahap perbaikan. Nilai dari variabel dasar yang optimal adalah $x_{11} = 80, x_{12} = 20, x_{22} = 60, x_{23} = 40, x_{33} = 20, x_{34} = 100, x_{35} = 30, x_{45} = 45, x_{46} = 30$, dan hasil perhitungan di atas untuk variabel tak dasar seperti diperlihatkan dalam tabel berikut:

Tabel 9
Hasil Perhitungan Dengan Metode Vogel

	T1	T2	T3	T4	T5	dummy	Supply	u_i
m1	800 80	850 20	850 (0)	750 (0)	800 (0)	0 (450)	100	-250
m2	950 (0)	1000 60	1000 40	900 (0)	950 (0)	0 (300)	100	-100
m3	1050 (0)	1100 (0)	1100 20	1000 100	1050 30	0 (200)	150	0
m4	1250 (0)	1300 (0)	1300 (0)	1200 (0)	1250 45	0 30	75	200
Demand	80	80	60	100	75	30		
v_j	1050	1100	1100	1000	1050	-200		

Alokasi positif yang dihasilkan pada sumber buatan (*dummy*) menunjukkan bahwa tidak semua permintaan dapat dipenuhi. Sehingga untuk mengeluarkan biaya produksi yang minimal dengan memenuhi persamaan:

$$z = 80(800) + 20(850) + 60(1000) + 40(1000) + 20(1100) + 100(1000) + 30(1050) + 45(1250) + 30(0) = 390750$$

Dari perhitungan di atas terbukti bahwa dengan model transportasi, bahwa pembuat kue tidak harus menitipkan semua jenis kue ke setiap toko, hanya yang diminati saja untuk setiap tokonya berdasarkan permintaan. Menurut pembuat kue karena perhitungan di atas adalah biaya produksi minimal, maka tidak menutup kemungkinan bahwa pembuat kue juga bisa menitipkan kue lainnya dengan catatan tidak mengurangi jumlah yang sudah dihitung di atas.

Kenyataannya bahwa ada alokasi positif yang berasal dari tujuan *dummy* yang menunjukkan bahwa tidak semua permintaan dapat dipenuhi. Terlihat dari tabel bahwa risoles (m4) akan diproduksi kurang dari yang dibutuhkan.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, ada beberapa kesimpulan berdasarkan penelitian ini, diantaranya:

- Masalah distribusi dapat disederhanakan dengan model transportasi yang bertujuan untuk meminimalkan biaya distribusi dari pembuat kue ke lima toko.
- Penelitian menggunakan Metode Vogel, karena penyelesaian solusi awal metode ini mendekati optimal, terbukti setelah dilakukan uji optimalitas sudah tidak ada jumlah makanan yang dialokasikan yang bernilai negatif.
- Perhitungan dengan metode ini menghasilkan biaya distribusi yang minimal, dan tidak semua jenis makanan dititipkan pada semua toko.

REFERENSI

- Bronson, Richard. and Hans J. Wospakrik, 1991, Operations Research: Teori dan Soal-Soal. Seri Buku Schaum's. Jakarta: Erlangga.
- Siang, Jong Jek, 2011, Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis, Andi Offset : Yogyakarta.
- Simbolon, Lolita Damora., Marihat Situmorang, Normalina Napitupulu, 2014, Aplikasi Metode Transportasi Dalam Optimasi Biaya Distribusi Beras Miskin (Raskin) pada Perum Bulog Sub Divre Medan, Saintia Matematika, vol. 02, No. 03, pp. 299-311.
- Taha, Hamdi A., 2007, Operations Research: An Introduction. Ed. 8th, USA: Pearson Prentice Hall.