

## Optimasi Baru Program Linear Multi Objektif Dengan Simplex LP Untuk Perencanaan Produksi

Maxsi Ary

Amik BSI Bandung  
e-mail: maxsi.max@bsi.ac.id

### Abstrak

Alternatif untuk mengambil keputusan adalah hak sepenuhnya bagi pemegang keputusan. Tidak ada yang dapat dijadikan patokan mutlak metode/pendekatan yang digunakan untuk mengambil keputusan. Dalam aplikasi model untuk perencanaan produksi diperoleh satu lagi alternatif untuk menentukan seberapa banyak produk yang dihasilkan untuk menentukan keuntungan maksimal dan memenuhi kapasitas produksi. Tujuan dari penelitian ini adalah membandingkan perencanaan produksi model program linear multi objektif de novo pendekatan goal programming dengan Simplex LP. Hasilnya adalah nilai optimasi baru dengan pendekatan Simplex LP berupa keuntungan paling besar dibandingkan dengan hasil De Novo Goal Programming dan Produksi Awal.

**Kata Kunci:** Program Linear Multi Objektif, Pemegang Keputusan Multi Objektif, Perencanaan Produksi, Simplex LP.

### Abstract

*The alternative to decision-making is the full right of the decision-maker. Nothing can be the absolute benchmark of the method / approach used to make decisions. In modeling applications for production planning, there is one more alternative to determine how many products are produced to determine maximum profitability and meet production capacity. The purpose of this research is to compare the production planning of multi objective linear program model de novo goal programming approach with Simplex LP. The result is a new optimization value with Simplex LP approach in the form of the biggest benefit compared to De Novo Goal Programming and Early Production results.*

**Keywords:** Multi Objective Linear Programming, Multi Objective Decision-Maker, Production Planning, Simplex LP.

### 1. Pendahuluan

Selama beberapa dekade terakhir banyak metode dan algoritma telah dikembangkan untuk menyelesaikan program linear multi objektif, dimana beberapa tujuan saling bertentangan dan kendala atau pembatas dari pengambil keputusan tidak tepat. Program linear multi objektif diyakini sebagai salah satu bidang dengan pertumbuhan tercepat dalam penelitian sains dan operasi manajemen, karena banyak pengambilan keputusan dapat dirumuskan dalam domain ini (Sadrabadi & Sadjadi, 2009). Untuk beberapa aplikasi multi objektif lainnya, pembaca yang tertarik mengacu pada (Abdelaziz, 2007) dan (Wiecek, 2008). Persoalan pengambilan keputusan dengan

beberapa tujuan yang bertentangan sering terjadi dalam praktik. Oleh karena itu, untuk masalah semacam itu, fungsi tujuan tunggal tidak cukup untuk mencari solusi yang sebenarnya diinginkan. Karena keterbatasan ini, pendekatan program linear multi objektif diperlukan untuk memecahkan banyak masalah optimasi dunia nyata (Kim, 2006).

Perencanaan produksi dapat dimasukkan kedalam persoalan transportasi. Bagian dari program linear yang sudah banyak pembahasannya. Dalam persaingan usaha, suatu perusahaan berusaha untuk mendapatkan laba yang maksimal. Jumlah permintaan pasar yang meningkat mendorong

perusahaan untuk melakukan antisipasi terhadap permintaan tersebut, sehingga dapat memuaskan konsumen. Salah satu cara antisipasi yang bisa dilakukan adalah dengan meningkatkan kapasitas produksi atau perencanaan produksi yang optimal (Lestari, 2014). Perencanaan produksi adalah perencanaan dan pengorganisasian sebelumnya mengenai orang, bahan, mesin dan peralatan lain serta modal yang diperlukan untuk memproduksi barang pada suatu periode tertentu di masa depan sesuai dengan yang diperkirakan atau diramalkan. Perencanaan produksi meliputi biaya produksi yang dikeluarkan harus seminimal mungkin dengan tujuan memperoleh laba yang maksimal dan kapasitas produksi terpenuhi (Nasution, 1999).

Ditulis juga menurut (Suroso & Widodo, 2013) bahwa dalam dunia industri untuk membuat keputusan tentang perencanaan transportasi multi objektif fuzzy sesuai dengan kondisi atau kebutuhan perusahaan tidaklah mudah. Hal tersebut dikarenakan berbagai kendala dan parameter yang berkaitan dengan masalah transportasi tidak diketahui dengan pasti atau dalam keadaan fuzzy. Solusi yang diberikan juga harus disesuaikan dengan kondisi atau kebutuhan perusahaan, misalnya sesuai dengan sumber daya yang ada, barang yang diproduksi atau yang akan didistribusikan.

Fungsi tujuan dari perencanaan produksi adalah minimumkan biaya produksi dan beberapa tujuan saling bertentangan dan kendala atau pembatas dari perencanaan produksi adalah terpenuhinya kapasitas produksi dengan arti lain meminimumkan bahan baku produksi dan tidak melebihi pembatas yang ditentukan sehingga pengambil keputusan dapat dengan tepat mengambil keputusan.

## 2. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan adalah studi literatur. Langkah awal membentuk formula atau model dari masalah perencanaan produksi multi objektif dengan kendala-kendala yang ada ke dalam formula matematik dan tabel-tabel perencanaan produksi, kemudian menghitung nilai optimal dari masing-masing fungsi objektif. Selanjutnya membentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala, kemudian membuat fungsi

keanggotaan linear dari masing-masing fungsi objektif.

Kontribusi penulis adalah membandingkan hasil perhitungan perencanaan produksi agar tercapai solusi optimal yang diperoleh. Penelitian dalam tulisan ini adalah mengkaji kembali jurnal dengan mengambil studi kasus pada jurnal (Lestari, 2014). Sedangkan untuk aplikasi pengambilan keputusan pada persoalan program linear multi objektif diperoleh pada jurnal (Tien-Fu, 2006).

Program linear multi objektif digunakan untuk perhitungan perencanaan produksi yaitu memaksimumkan keuntungan dan memenuhi kapasitas produksi. Perhitungan menggunakan Ms Excel hasil perhitungan Simplex LP.

## 3. Hasil dan Pembahasan

Model program linear multi objektif akan diaplikasikan pada perencanaan produksi di sebuah perusahaan roti. Input model berupa data produksi, permintaan produk, ketersediaan bahan baku, dan keuntungan. Dalam hal ini perhitungan keuntungan diasumsikan tidak menyertakan biaya tenaga.

Output dari model berupa solusi optimum yaitu jumlah kombinasi produk yang direncanakan untuk diproduksi sehingga menghasilkan keuntungan maksimal dan memenuhi kapasitas produksi.

Tahapan model adalah sebagai berikut:

- Meramalkan jumlah permintaan produk untuk satu tahun yang akan datang. Hasil peramalan merupakan batas kendala permintaan produk.
- Menentukan fungsi tujuan, untuk model ini yaitu memaksimumkan keuntungan dan memenuhi kapasitas produksi.
- Menentukan fungsi kendala biaya bahan baku yang dibatasi oleh budget yang diberikan perusahaan.
- Menentukan solusi optimum.

Perluasan pendekatan program linear fuzzy oleh (Zimmermann, 1978) berdasarkan persoalan program linear multiobjektif dengan  $k$  fungsi objektif linear

$$z_i(x) = c_i x, i = 1, \dots, k.$$

$$\min z(x) = (z_1(x), \dots, z_k(x))^T$$

(1.1)

$$\text{pembatas } Ax \leq b, x \geq 0$$

di mana

$$c_i = (c_{i1}, \dots, c_{in}); i = 1, \dots, k; x = (x_1, \dots, x_n)^T$$

$$b = (b_1, \dots, b_m)^T \quad \text{dan} \quad A = [a_{ij}]$$

adalah matrik  $m \times n$ .

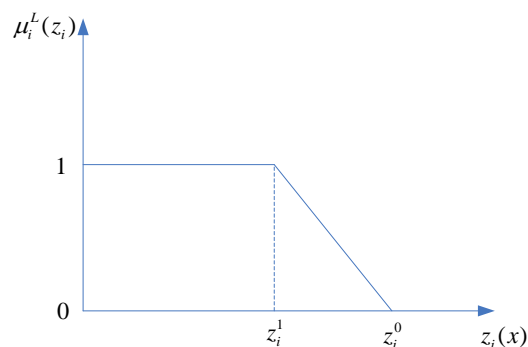
:

$$\mu_i^L(z_i(x)) = \begin{cases} 0 & ; z_i(x) \geq z_i^0 \\ \frac{z_i(x) - z_i^0}{z_i^1 - z_i^0} & ; z_i^0 \geq z_i(x) \geq z_i^1 \\ 1 & ; z_i(x) \leq z_i^1 \end{cases} \quad (1.2)$$

Di mana  $z_i^0$  atau  $z_i^1$  menunjukkan nilai fungsi objektif  $z_i(x)$  seperti pangkat fungsi keanggotaan adalah 0 dan 1. Gambar 1.1 merupakan ilustrasi kemungkinan bentuk linear fungsi keanggotaan.

Untuk setiap fungsi objektif  $z_i(x) = c_i x, i = 1, \dots, k$ , asumsikan bahwa pengambil keputusan memiliki fuzzy goal seperti "fungsi objektif  $z_i(x)$  secara substansial kurang dari atau sama dengan nilai  $P_i$ ". Kemudian hubungan linear fungsi keanggotaan  $\mu_i^L(z_i(x))$  diperoleh sebagai berikut (1.2).

Menggunakan fungsi keanggotaan linear dan keputusan fuzzy dari Bellman dan Zadeh (1970), persoalan program linear multiobjektif dapat diinterpretasikan sebagai gambar 1:



**Gambar 1 Fungsi Keanggotaan Linear**

Menggunakan fungsi keanggotaan linear  $\mu_i^L(z_i(x)), i = 1, \dots, k$  dan keputusan fuzzy dari (Bellman & Zadeh, 1970), persoalan program linear multiobjektif dapat diinterpretasikan sebagai:

$$\max \min_{i=1, \dots, k} \{ \mu_i^L(z_i(x)) \}$$

(1.3)

$$\text{Pembatas } Ax \leq b, x \geq 0$$

Dengan memperkenalkan variabel bantu  $\lambda$ , persoalan 1.3 dapat direduksi menjadi:

$$\max \lambda$$

(1.4)

Pembatas

$$\lambda \leq \mu_i^L(z_i(x)), i = 1, \dots, k$$

$$Ax \leq b, x \geq 0$$

Dengan membuat asumsi solusi optimal  $x^{i0}$  dari persoalan minimasi fungsi objektif individual dibawah pembatas didefinisikan dengan:

$$\min_{x \in X} z_i(x), i = 1, \dots, k$$

(1.5)

Zimmermann (1978) menyarankan langkah menentukan fungsi keanggotaan linear untuk lebih spesifik, dengan menggunakan minimum individual.

$$z_i^{\min} = z_i(x^{i0}) = \min_{x \in X} z_i(x), i = 1, \dots, k \quad (1.6)$$

Bersama dengan

$$z_i^m = \max(z_i(x^{10}), \dots, z_i(x^{i-1,0}), z_i(x^{i+1,0}), \dots, z_i(x^{k0})), i = 1, \dots, k \quad (1.7)$$

Dengan memilih  $z_i^m = z_i^{\min}$  dan  $z_i^0 = z_i^m$ .

Untuk fungsi keanggotaan ini, dapat ditunjukkan secara mudah bahwa jika solusi optimal (1.3) atau (1.4) adalah unik, maka solusi juga adalah solusi optimal dari program linear multiobjektif.

Secara umum (Sakawa, 1993) masalah untuk mengoptimalkan beberapa fungsi tujuan linear yang saling bertentangan secara simultan di bawah batasan linier yang diberikan disebut juga masalah pemrograman linier multiobjektif (MOLP) dan dapat digeneralisasi sebagai berikut:

fungsi objektif

$$Z_1(x) = c_1 x$$

(1.8)

$$Z_2(x) = c_2 x$$

...

$$Z_k(x) = c_k x$$

berdasarkan pembatas

$$Ax \leq b \text{ untuk } x \geq 0$$

di mana

$$c_i = (c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{in}) \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, k$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$$

Pada persoalan program linear multi objektif terkadang di bentuk seperti persoalan meminimumkan vektor berikut:

$$\min z(x) \square Cx \quad (1.9)$$

pembatas

$$x \in X \square \{x \in R^n \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$$

di mana:

$$z(x) = (z_1(x), \dots, z_k(x))^T = (c_1 x, \dots, c_k x)^T$$

adalah vector dimensi  $k$  dan  $C = (c_1, \dots, c_k)^T$  adalah matriks  $k \times n$

Jika diterapkan gagasan tentang optimalitas untuk pemrograman linier objektif ke pemrograman linear multiobjektif, maka akan diperoleh solusi optimal.

### 3.1. Aplikasi Model untuk Perencanaan Produksi

Diberikan model matematika perencanaan produksi roti "XYZ" dari penelitian (Lestari, 2014) sebagai berikut:

model matematika program linear multi objektif

$$\max Z_1 = 15000X_1 + 13000X_2 + 15000X_3 + 10000X_4 \quad (\text{keuntungan})$$

$$\max Z_2 = 4X_1 + 1.5X_2 + X_3 + 3X_4 \quad (\text{kapasitas produksi})$$

fungsi kendala/pembatas

$$8430X_1 + 8630X_2 + 6760X_3 + 19780X_4 \leq 6500000$$

(biaya bahan baku)

$$X_1 \leq 250$$

$$X_2 \leq 225$$

$$X_3 \leq 200$$

$$X_4 \leq 225$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

(permintaan produk)

Di mana:

$z_1$  adalah fungsi tujuan memaksimalkan keuntungan

$z_2$  adalah fungsi tujuan memaksimalkan kapasitas produksi

$x_1$  adalah rata-rata penjualan per bulan kue jenis 1

$x_2$  adalah rata-rata penjualan per bulan kue jenis 2

$x_3$  adalah rata-rata penjualan per bulan kue jenis 3

$x_4$  adalah rata-rata penjualan per bulan kue jenis 4

Berikut adalah tampilan perhitungan perencanaan produksi menggunakan Simplex LP (Tabel 1).

Tabel 1 Perhitungan Simplex Lp Pada MS Excel

			X1	X2	X3	X4
		Jumlah Produksi (dus)	230	100	67	70
Proses/Bahan Baku	Persediaan (kg)	Digunakan (kg)	Pembatas			
s1	200	173.1875	0.4375	0.25	0.1875	0.5
s2	80	52.86	0.05	0.15	0.08	0.3
s3	60	37.16	0.04	0.1	0.08	0.18
s4	60	35.01	0.05	0.075	0.03	0.2
s5	8	8	0.02	0.02	0	0.02
s6	12	8.7	0.02	0.02	0	0.03
s7	23	23	0.1	0	0	0
s8	3	3	0	0.03	0	0
s9	4	2.405	0	0	0.015	0.02
s10	2	2.01	0	0	0.03	0
s11	4	1.4	0	0	0	0.02
s12	15	7	0	0	0	0.1
		<b>Profit per unit</b>	15,000	13,000	15,000	10,000
		<b>masing-masing produk</b>	3,450,000	1,300,000	1,005,000	700,000
		<b>Total</b>	6,455,000			

Sumber: Hasil Olahan MS Excel

Hasil dari perhitungan Simplex LP diperoleh keuntungan maksimum sebesar Rp. 6.450.000,- harus dihasilkan produk (satuan dus):

X1 sebanyak 230

X2 sebanyak 100

X3 sebanyak 66,67

X4 sebanyak 70

Produk X3 diambil 67 dus karena produksi produk memiliki karakteristik bilangan bulat sehingga menghasilkan keuntungan maksimum Rp. 6.455.000,-.

Perbandingan perhitungan model de Novo Goal Programming dengan Simplex LP (Tabel 2):

**Tabel 2. Perbandingan Solusi Keuntungan Optimal**

Variabel Keputusan	Harga/Dus	Solusi Optimum (dus)		
		De Novo Goal Programming	Simplex LP	Produksi Awal
X1	15000	250	230	200
X2	13000	225	100	60
X3	15000	13	67	55
X4	10000	120	70	85
Jml Kombinasi Produk		608	467	400
Profit		8,059,891	6,455,000	5,455,000
Selisih Profit		2,604,891	1,000,000	
Prosentase		47.75	18.33	

Menarik untuk diperhatikan perbandingan keuntungan maksimum pada produksi awal, De Novo Goal Programming dan Simplex LP. Jumlah keuntungan Rp. 8.059.891,- pada hasil perhitungan De Novo Goal Programming atau meningkat 47.75% dari keuntungan maksimum produksi awal. Sedangkan keuntungan Simplex LP sebesar Rp. 6.455.000,- atau hanya 18.33% saja dari keuntungan produksi awal.

Keuntungan maksimum hasil De Novo Goal Programming diperoleh dengan memproduksi X1, X2, X3, dan X4 sebanyak 250 dus, 225 dus, 13 dus, dan 120 dus rata-rata per bulan atau sebanyak 608 kombinasi produk. Sedangkan hasil

Simplex LP 230 dus, 100 dus, 67 dus, dan 70 dus rata-rata per bulan atau sebanyak jumlah kombinasi produk sebanyak 467 dus.

Banyaknya kombinasi produk yang dihasilkan akan semakin berpengaruh kepada keuntungan maksimum. Terbukti dengan banyaknya kombinasi hasil De Novo akan menghasilkan selisih keuntungan sampai Rp. 2.604.891,-. Berbeda dengan hasil Simplex LP yang hanya memperoleh selisih keuntungan Rp.1.000.000,-

Telaah kembali untuk fungsi tujuan memaksimalkan kapasitas produksi berdasarkan bahan baku.

**Tabel 3. Perbandingan Biaya Yang Diperlukan Untuk Kapasitas Produksi**

Variabel Keputusan	Biaya/produk	Solusi Optimum bahan baku (harga)		
		De Novo Goal Programming	Simplex LP	Produksi Awal
X1	8430	250	230	200
X2	8630	225	100	60
X3	6760	13	67	55
X4	19780	120	70	85
Total Biaya		6,510,730	4,639,420	4,256,900
Selisih Biaya		2,253,830	382,520	
Prosentase		52.95	8.99	

Biaya produksi untuk kombinasi produk hasil De Novo Goal Programming memerlukan biaya yang besar yaitu Rp.6.510.730,- atau memiliki selisih Rp.2.253.830,- dari produksi awal. Biaya produksi yang dihasilkan diluar fungsi kendala/pembatas yang ditentukan yaitu Rp.6.500.000,-. Walaupun demikian pihak pengambil keputusan dapat

membandingkan kriteria keputusan yang optimal dan sesuai fungsi tujuan dan fungsi kendala yang diinginkan.

Perhatikan tabel 3 yang menunjukkan perolehan laba terbesar yang dihasilkan dari Simplex LP dibandingkan dengan De Novo Goal Programming dan Produksi Awal.

**Tabel 4. Laba Maksimum Yang Dihasilkan**

Variabel Keputusan	De Novo Goal Programming	Simplex LP	Produksi Awal
X1	250	230	200
X2	225	100	60
X3	13	67	55
X4	120	70	85
Jml Kombinasi Produk	608	467	400
Jumlah Keuntungan	8,059,891.0	6,455,000.0	5,455,000.0
Jumlah Biaya	6,510,730.0	4,639,420.0	4,256,900.0
Lab	1,549,161.0	1,815,580.0	1,198,100.0

#### 4. Kesimpulan

Alternatif untuk mengambil keputusan adalah hak sepenuhnya bagi pemegang keputusan. Tidak ada yang dapat dijadikan patokan mutlak metode/pendekatan yang digunakan untuk mengambil keputusan. Dalam aplikasi model untuk perencanaan produksi diperoleh satu lagi alternatif untuk menentukan seberapa banyak produk yang dihasilkan untuk menentukan keuntungan maksimal dan memenuhi kapasitas produksi. Hasil perencanaan produksi dengan program linear multi objektif menggunakan Simplex LP diperoleh rata-rata penjualan produk per bulan jenis 1 adalah 230 dus, jenis 2 sebanyak 100 dus, jenis 3 sebanyak 67 dan jenis 4 sebanyak 70 dus. Keuntungan maksimum diperoleh dari 467 kombinasi produk sebesar Rp.6.455.000,- dengan biaya produksi yang dikeluarkan sebesar Rp.4.639.420,- atau laba yang dihasilkan sebesar Rp.1.815.580,-. Laba yang dihasilkan paling tinggi dibandingkan dengan hasil De Novo Goal Programming dan Produksi Awal.

#### Referensi

- Abdelaziz, F. B. (2007). Multiple objective programming and goal programming: New trends and applications. *Euro-pean Journal of Operational Research*, Vol. 177, 1520-1522.
- Bellman, R., & Zadeh, L. (1970). Decision making in a fuzzy environment. *Management Science*, B141-B164.
- Kim, J. K. (2006). A CHIM-based interactive Tche-bycheff procedure for multiple objective decision making.

*Computers & Operations Research*, Vol. 33, 1557-1574.

- Lestari, D. (2014). Optimisasi Perencanaan Produksi Model Program Linear Multi Objektif De Novo Dengan Pendekatan Goal Programming. *Prosiding Kenferensi Nasional Matematika XVII* (pp. 1-13). Surabaya: ITS Surabaya.
- Nasution, A. H. (1999). *Perencanaan dan Pengendalian Produksi*. Bandung: Guna Widya.
- Sadrabadi, M. R., & Sadjadi, S. J. (2009). A New Interactive Method to Solve Multiobjective Linear Programming Problems. *J. Software Engineering & Applications*, 237-247.
- Sakawa, M. (1993). *Fuzzy Sets And Interactive Multiobjective Optimization*. New York: Plenum Press.
- Suroso, & Widodo. (2013). Kajian Penerapan Program Linear Multi Objektif Fuzzy Interaktif Pada Keputusan Perencanaan Transportasi. *Wahana Teknik Sipil*, 44-54.
- Tien-Fu, L. (2006). Applying Interactive Fuzzy Multiobjective Linear Programming To Transportation Planning Decision. *Journal of Information & Optimization Sciences*, 107-126.
- Wiecek, M. M. (2008). Multiple criteria decision making for engineering. *Omega*, Vol. 36, 337-339.

Zimmermenn, H. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective function, fuzzy sets And Systems. 45-55.