Pendugaan *Hazard Rate* Kematian Di Provinsi Dki Jakarta Dengan Metode *Single Decrement* Pendekatan *Likelihood*

Khoirun Nisa
Sekolah Tinggi Manajemen Informatika dan Komputer Nusa Mandiri Jakarta
khoirunnisa.khn@gmail.com

Abstract **-** *Mortality or death is a permanent loss of all signs of life that can occur at any time after the birth of a living (World Health Organization). Death has a considerable impact especially on the families left behind. The economic aspect is one of the aspects affected by death. A family left by the head of his or her family is at risk of economic adversity and affects other harmful things.*
Hazard rate has an important role in the theory of likelihood the process of death. If the hazard rate is known, the density distribution for the realization of the death data in (0, T] can be known.This method discusses the method of estimating the hazard rate of death using a single decrement method, adapted from the method of estimation in actuarial studies commonly used in the making of mortality charts.The results of studies that have been conducted by Sunusi (2010) show that the estimation through single decrement hazard rate method is more informative than hazard rate likelihood point process.
Keyword*: Mortality, hazard rate, single decrement*

Abstrak - Kematian atau kematian adalah kerugian permanen dari semua tanda kehidupan yang dapat terjadi sewaktu-waktu setelah lahirnya keluarga (Organisasi Kesehatan Dunia). Kematian memiliki dampak yang cukup besar terutama pada keluarga yang tertinggal. Aspek ekonomi merupakan salah satu aspek yang terkena dampak kematian. Keluarga yang ditinggalkan oleh kepala keluarganya berisiko mengalami kesulitan ekonomi dan mempengaruhi hal-hal berbahaya lainnya.
Tingkat bahaya memiliki peran penting dalam teori kemungkinan proses kematian. Jika tingkat bahaya diketahui, distribusi kepadatan untuk realisasi data kematian di (0, T) dapat diketahui. Metode ini membahas metode estimasi tingkat bahaya kematian dengan menggunakan metode pengurangan tunggal, yang disesuaikan dengan metode estimasi dalam studi aktuaria yang umum digunakan dalam pembuatan grafik kematian. Hasil penelitian yang telah dilakukan oleh Sunusi (2010) menunjukkan bahwa estimasi melalui metode tingkat bahaya penurunan tunggal lebih informatif daripada proses titik loncatan tingkat bahaya.
Kata kunci: Kematian, tingkat bahaya, penurunan tunggal

I. PENDAHULUAN

Mortalitas atau kematian merupakan keadaan hilangnya semua tanda-tanda kehidupan secara permanen yang dapat terjadi setiap saat setelah kelahiran hidup (*World Health Organization*).

Pendugaan *hazard rate* dilakukan menggunakan metode *single decrement*. Metode *single decrement* ini terdiri dari dua pendekatan yaitu pendekatan *likelihood* dan pendekatan momen. Pendekatan *likelihood* memerlukan informasi *exit time*, yaitu waktu terjadinya kecelakaan.. Nilai dugaan *hazard rate* digunakan untuk merumuskan persamaan yang terbaik dalam menduga *hazard rate*. Nilai *Mean Square Error* (MSE) terkecil yang dihasilkan dari model mengindikasikan model tersebut merupakan model yang terbaik.

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data yang bersumber Badan Pusat Statistik. Data yang digunakan adalah data kematian yang terjadi di provinsi DKI Jakarta selama periode 1997-2015.

Tujuan Penelitian ini adalah :

1 Menduga nilai *hazard rate* terjadinya kematian dari data kematian di Provinsi DKI Jakarta periode 1997-2015 dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear.
2 Menentukan persamaan terbaik untuk menduga *hazard rate* dengan menggunakan asumsi persamaan linear dan kuadrati.
3 Menentukan prakiraan peluang kemunculan kematian pada selang $(0, t_0)$.

II. LANDASAN TEORI

1. Analisis Survival

Analisis survival adalah prosedur statistik untuk menganalisis data yang variabelnya adalah waktu sampai terjadinya suatu kejadian [3].

a. Time origin of starting point (titik awal) adalah waktu dimulainya suatu penelitian.
b. Ending event of interest (kejadian akhir) adalah kejadian yang menjadi inti dari penelitian.
c. Measurement scale for the passage of time (skala ukuran untuk berlalunya waktu).

2. Fungsi Survival dan Fungsi Hazard

Pada analisis survival terdapat dua fungsi utama, yaitu fungsi survival dan fungsi hazard [2].

Persamaan fungsi survival, jika T melambangkan waktu survival, dan S(t) merupakan probabilitas waktu survival lebih besar dari t, maka persamaannya adalah sebagai berikut [4] :

$$S(t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F(t)$$

Dimana F(t) merupakan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi dugaan pada data survival. Fungsi hazard adalah probabilitas suatu individu mencapai kejadian khusus pada waktu t, dengan syarat ia telah bertahan sampai waktu tersebut.

III. METODE PENELITIAN

1. Metode Pendugaan Hazard Rate Single Decrement (HRSD)

Hazard rate memiliki peranan penting dalam prakiraan peluang kemunculan kejadian dalam suatu selang waktu tertentu. Pada penelitian ini nilai hazard rate diduga menggunakan metode single decrement yang disebut HRSD. HRSD meliputi pendekatan likelihood dan pendekatan momen. Hazard rate biasa dilambangkan dengan μ_(t_0).

Misalkan X(t_0) = T - t_0 menyatakan waktu tunggu hingga kemunculan kecelakaan berikutnya, jika diketahui selisih waktu t_(0)sejak kemunculan kejadian kecelakaan yang terakhir dan T adalah waktu kemunculan kembali antara kemunculan dua kecelakaan. Sebagai ilustrasi, jika kematian terjadi pada tahun 1997, dan hingga tahun 2000 belum terjadi kematian, maka X(t_0)=2000-1997=3 tahun.

Misalkan μ, S dan f berturut-turut menyatakan hazard rate, fungsi ketahanan (survival function), dan fungsi kepekatan peluang. Hazard rate μ_(t_0) dapat dinyatakan sebagai

$$\mu_{t_0} = \lim_{\Delta t_0 \to 0} \frac{P(t_0 \leq T \leq t_0 + \Delta t_0 | T > t_0)}{\Delta t_0} = \frac{f(t_0)}{S(t_0)}.$$

Dengan mengintegralkan -$\mu_y dy$ = *d* ln *S(y)* dengan batas dari t_0 sampai $t_0 + \Delta t_0$, diperoleh bahwa peluang belum ada kejadian kematian hingga $t_0 + \Delta t_0$ jika diketahui belum terjadi kematian hingga saat t_0, adalah

$$_{\Delta t_0}p_{t_0} = P(T > t_0 + \Delta t_0 | T > t_0) = e^{-\int_{t_0}^{t_0+\Delta t_0} \mu_y dy} = e^{-\int_0^{\Delta t_0} \mu_{t_0+s} ds}.$$

Misalkan t_0 = 0, yaitu sesaat setelah terjadi kematian, diperoleh

$$_{\Delta t_0}p_0 = S(t_0) = P(T > t_0) = e^{-\int_0^{t_0} \mu(y) dy}.$$

Prakiraan kematian diformulasikan sebagai peluang bersyarat kemunculan kematian hingga $t_0 + \Delta t_0$, diberikan bahwa belum terjadi kematian hingga saat t_0. Distribusi waktu kemunculan kembali *T* dan waktu tunggu hingga kemunculan kematian berikutnya *X*(t_0) masing-masing dinyatakan sebagai berikut [1] :

$$T \sim {}_{\Delta t_0}p_{t_0}\mu_{t_0} \qquad (1)$$

dan

$$X \sim {}_{\Delta t_0}p_{t_0}\mu_{t_0+\Delta t_0}. \qquad (2)$$

Dalam ekspresi ini, $_{\Delta t_0}p_{t_0}\mu_{t_0+\Delta t_0}$ merupakan peluang bahwa suatu kematian muncul antara t_0 dan t_0+Δt_0 jika diketahui belum terjadi kematian hingga saat t_0, dan

$$\int_0^{\infty} {}_{\Delta t_0}p_{t_0}\mu_{t_0+\Delta t_0}\, dt = 1;$$

$$\frac{d}{dt} {}_{\Delta t_0}p_{t_0} = -{}_{\Delta t_0}p_{t_0}\mu_{t_0+\Delta t_0}. \qquad (3)$$

2. Pendugaan Likelihood dalam Single Decrement

Pendekatan *hazard rate* menggunakan metode *single decrement* dengan pendekatan *likelihood* memerlukan informasi *exit time*, yaitu waktu pada saat terjadi kematian. Misalkan d_{t_0} menyatakan banyaknya kematian yang terjadi pada selang $(t_0, t_0 + 1]$ dan $(n_{t_0} - d_{t_0})$ menyatakan banyaknya kematian yang terjadi setelah t_0. Karena waktu kemunculan untuk masing-masing kematian berbeda, maka kematian dipandang secara sendiri-sendiri dan mengambil perkalian kontribusi masing-masing kecelakaan pada fungsi *likelihood*. *Likelihood L* untuk kecelakaan ke-*i* pada selang $(t_i, t_i + 1]$ diberikan oleh fungsi kepadatan peluang untuk kemunculan kematian pada selang tersebut jika diketahui tidak terjadi kematian hingga saat t_0.

Hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$L_i = f(t_0(i) | T > t_0(i)) = \frac{f(t_0(i))}{S(t_0)} = \frac{S(t_0(i))\mu(t_0(i))}{S(t_0)}, \qquad (4)$$

yaitu kontribusi ke-*i* pada *L*. Jika dimisalkan s_i = $t_0(i)$ – t_0 adalah waktu kemunculan kematian ke-*i* dalam selang (t_0, t_0+ 1], dengan 0 < s_i ≤ 1, maka

$$L_i = \frac{S(t_0+s_i)\mu(t_0+s_i)}{S(t_0)} = {}_{s_i}p_{t_0}\mu_{t_0+s_i}. (5)$$

Kontribusi banyaknya kematian d_{t_0} pada *L* adalah $\prod_{i=1}^{d} {}_{s_i}p_{t_0}\mu_{t_0+s_i}$. Kontribusi $n_{t_0} - d_{t_0}$ kematian yang muncul setelah t_0 + 1 adalah $(p_{t_0})^{n_{t_0}-d_{t_0}}$ di mana n_{t_0} merupakan banyaknya kematian yang muncul pada saat t_0 atau setelahnya. Dengan demikian, *likelihood* total *L* ialah

$$L = (1-q_{t_0})^{n_{t_0}-d_{t_0}} \prod_{i=1}^{d_{t_0}} {}_{s_i}p_{t_0}\mu_{t_0+s_i}$$

$$= (p_{t_0})^{n_{t_0}-d_{t_0}} \prod_{i=1}^{d_{t_0}} {}_{s_i}p_{t_0}\mu_{t_0+s_i}. \quad (6)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (6) untuk $\widehat{q_{t_0}}$, diperlukan asumsi bahwa distribusi ${}_{s_i}p_{t_0}\mu_{t_0+s_i}$ dinyatakan dalam bentuk q_{t_0}. Kemudian ditinjau jika l_{t_0+s} menyatakan banyaknya kejadian kematian setelah $t_0 + s$ diasumsikan bersebaran linear.

Asumsi Waktu Tunggu Linear

Jika l_{t_0+s} menyatakan banyaknya kematian yang terjadi setelah $t_0 + s$ merupakan fungsi linear, maka $l_{t_0+s} = a + bs$. (7)

Untuk s = 0, diperoleh $l_{t_0} = a$, dan untuk s = 1 diperoleh $l_{t_0+1} = a + b$ sehingga $b = l_{t_0+1} - a = l_{t_0+1} - l_{t_0}$. Dengan demikian, dari persamaan (7) diperoleh

$$l_{t_0+s} = l_{t_0} + (l_{t_0+1} - l_{t_0})s$$

$$l_{t_0+s} = l_{t_0} + (-d_{t_0})s,$$

dengan d_{t_0} menyatakan banyaknya kejadian kematian pada $(t_0, t_0+1]$ dan $l_{t_0} = \sum_{t_0=0}^{\omega-1} d_{t_0} = d_0 + d_1 + \cdots + d_{\omega-1}$ sehingga $d_{t_0} = l_{t_0} - l_{t_0+1}$.

Hal yang dapat kita ketahui dengan asumsi linear ini ialah

$${}_{s}p_{t_0} = \frac{l_{t_0+s}}{l_{t_0}} = \frac{l_{t_0} - d t_0 s}{l_{t_0}} = 1 - s\frac{d_{t_0}}{l_{t_0}}$$

dan

$${}_{s}q_{t_0} = 1 - {}_{s}p_{t_0} = sq_{t_0}.$$

Karena $\frac{d_{t_0}}{l_{t_0}} = q_{t_0}$, maka ${}_{s}p_{t_0} = 1 - {}_{s}q_{t_0}$.

Dengan menggunakan asumsi linear diperoleh bahwa

$$\mu_{t_0+s} = \frac{-\frac{d}{ds} l_{t_0+s}}{l_{t_0+s}} = \frac{-\frac{d}{dx}(l_{t_0} + (-d_{t_0})s)}{{}_{s}p_{t_0} l_{t_0}} =$$

$$\frac{d_{t_0}}{{}_{s}p_{t_0} l_{t_0}} = \frac{q_{t_0}}{{}_{s}p_{t_0}} = \frac{q_{t_0}}{1 - sq_{t_0}}.$$

Jadi

$${}_{s_i}p_{t_0}\mu_{t_0+s_i} = q_{t_0} \quad (8)$$

Dari persamaan (6) dan (8) diperoleh

$$L = (1-q_{t_0})^{n_{t_0}-d_{t_0}} \prod_{i=1}^{d_{t_0}} {}_{s_i}p_{t_0}\mu_{t_0+s_i}$$

$$= (1-q_{t_0})^{n_{t_0}-d_{t_0}} \prod_{i=1}^{d_{t_0}} q_{t_0}$$

$$= (1 \quad q_{t_0})^{n_{t_0}-d_{t_0}} (q_{t_0})^{(d_{t_0})} \quad (9)$$

Misalkan

$$l = \ln L = (n_{t_0} - d_{t_0})\ln(1-q_{t_0}) + (d_{t_0})\ln(q_{t_0})$$

(10)

dengan menggunakan syarat perlu optimalitas turunan orde pertama

$$\frac{dl}{dq_{t_0}} = \frac{d_{t_0}}{q_{t_0}} - \frac{n_{t_0} - d_{t_0}}{1 - q_{t_0}} = 0, \quad (11)$$

Maka diperoleh

$$\widehat{q_{t_0}} = \frac{d_{t_0}}{n_{t_0}}. \quad (12)$$

Dari persamaan (11) diperoleh

$$\frac{d^2 l}{dq_{t_0}^2} = -\frac{d_{t_0}}{q_{t_0}^2} - \frac{n_{t_0} - d_{t_0}}{(1 - q_{t_0})^2}.$$

Karena d_{t_0}, $q_{t_0}^2$, $(n_{t_0} - d_{t_0})$, dan $(1 - q_{t_0})^2$ positif maka $\frac{d^2 l}{dq_{t_0}^2} < 0$. Jadi, persamaan (12) merupakan solusi maksimum *likelihood* untuk persamaan (9).

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Aplikasi Pendugaan Nilai dan Persamaan Hazard Rate

Penelitian ini membahas contoh aplikasi dari pendugaan nilai dan persamaan *hazard rate* yang ditentukan dari data yang didapat dari Badan Pusat Statistik. Data yang digunakan untuk perhitungan merupakan data kematian di provinsi DKI Jakarta dalam interval waktu 1997-2015 dan satuan waktu yang digunakan adalah tahun.

Selanjutnya dengan metode *single decrement* pendekatan *likelihood* akan ditentukan nilai *hazard rate*. Dalam pendekatan *likelihood* dibutuhkan asumsi sebaran waktu tunggu terjadinya kecelakaan. Asumsi sebaran waktu tunggu yang digunakan ialah asumsi waktu tunggu menyebar linear. Dengan menggunakan rumus yang didapat sebelumnya maka diperoleh nilai *hazard rate* sebagai berikut.

Tabel 1. Hasil pendugaan HRSD

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Keterangan :

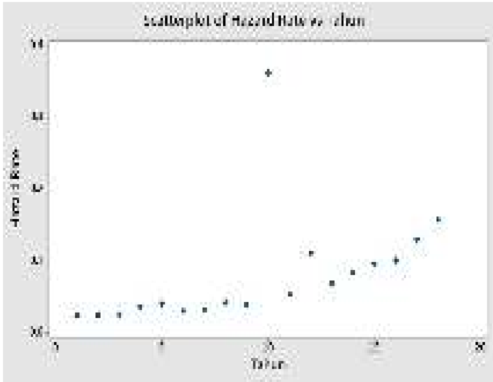
n_{t_0} : banyaknya kematian yang terjadi pada saat atau setelah t_0.

d_{t_0} : banyaknya kematian yang terjadi pada interval (t_0, t_0+1].

q_{t_0} : peluang munculnya terjadinya kematian pada interval (t_0, t_0+1] jikadiketahui belum ada kematian hingga saat t_0.

μ_{t_0}: *hazard rate* kematian sesaat setelah t_0.

Tabel 1 adalah tabel untuk asumsi waktu tunggu bersebaran linear melalui prosedur maksimum *likelihood* jika diketahui belum terjadi kecelakaan hingga saat t_0.

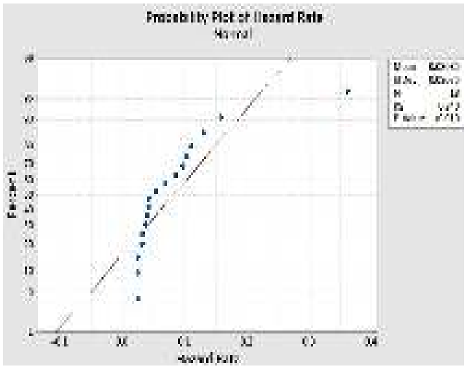


Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 1. Plot *hazard rate* proses titik terhadap tahun dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear.

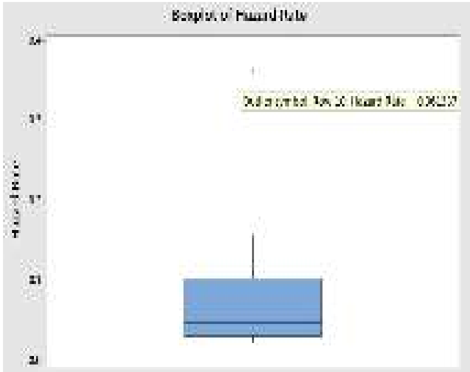
Hasil pada Tabel 1 merupakan nilai *hazard rate* dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear pada waktu t_0 yang dilambangkan dengan μ_{t_0}.

Menurut *Normally Test* plot *hazard rate* yang dihasilkan dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear tidak menyebar normal karna nilai *p-value* yang dihasilkan kurang dari 0.010 sedangkan jika data menyebar normal maka haruslah *p-value* lebih besar dari 0.05 sehingga diperlukan normalisasi untuk menduga persamaan regresi dari *hazard rate* tersebut. Normalisasi dilakukan dengan menggunakan transformasi *Box-Cox.* Akan tetapi sebelum dilakukan transformasi *Box-Cox* kita hilangkan nilai pencilan terlebih dahulu. Nilai pencilan dapat diketahui dengan membuat *Box plot* dari *hazard rate* yang dihasilkan.



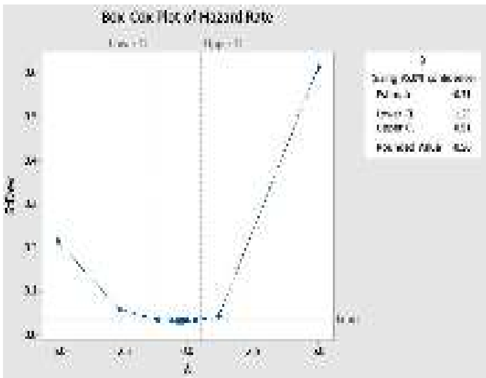
Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 2. *Normally Test-plot hazard rate* proses titik terhadap tahun dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear



Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 3. *Box plot hazard rate* proses titik terhadap tahun dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear



Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 4. *Box-Cox plot hazard rate* proses itik terhadap tahun dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear

Dari *Box plot* di atas diperoleh data pencilan yaitu data ke-10, sehingga kita hilangkan dahulu data tersebut. Selanjutnya kita lakukan transformasi *Box-Cox*. Dari transformasi *Box-Cox* didapat nilai λ adalah $-0,5$ yang artinya transformasi yang dilakukan adalah $\mu_{t_0}{}^* = \frac{1}{\sqrt{\mu_{t_0}}}$, sehingga untuk mendapatkan nilai *hazard rate* yang diinginkan diperlukan transformasi balik yaitu $\mu_{t_0} = \frac{1}{(\mu_{t_0}{}^*)^2}$.

Tabel 2. Hasil transformasi *hazard rate* kematian proses titik terhadap tahun dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear.

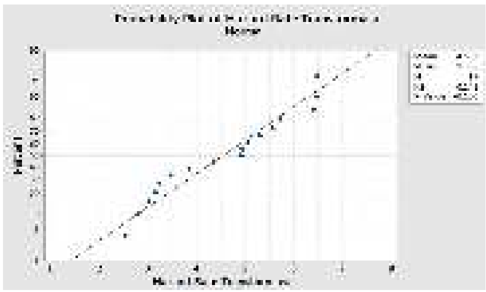
No	Tahun	Interval	μ_{t_0}	$\mu_{t_0}{}^*$
1	1997	(0,1]	0.023916	6.466232
2	1998	(1,2]	0.023874	6.472012
3	1999	(2,3]	0.024458	6.39429
4	2000	(3,4]	0.035792	5.285718
5	2001	(4,5]	0.041072	4.934304
6	2002	(5,6]	0.030587	5.717828
7	2003	(6,7]	0.032355	5.559378
8	2004	(7,8]	0.041628	4.901277
9	2005	(8,9]	0.039168	5.052834
11	2007	(10,11]	0.053644	4.317571
12	2008	(11,12]	0.110578	3.007224
13	2009	(12,13]	0.067949	3.836252
14	2010	(13,14]	0.083976	3.450827
15	2011	(14,15]	0.096111	3.225628
16	2012	(15,16]	0.101124	3.144652
17	2013	(16,17]	0.130114	2.772289
18	2014	(17,18]	0.157554	2.519333

Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Keterangan :

μ_{t_0} : *hazard rate* kematian sesaat setelah t_0.

μ_{t_0}* :*hazard rate* setelah ditransformasi



Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 5. *Normally Test plot hazard rate* proses titik terhadap tahun dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear

Setelah data pencilan dihilangkan dan dilakukan transformasi, terlihat bahwa data sudah menyebar normal yang menunjukkan nilai *p-value* lebih besar dari 0.150.

Selanjutnya dilakukan penentuan model parametrik untuk HRSD dengan metode regresi. Model regresi yang digunakan adalah model linear $\mu_{t_0}{}^*$ = $\beta_0 + \beta_1 t_0 + \varepsilon$ dan model kuadratik $\mu_{t_0}{}^* = \beta_0 + \beta_1 t_0 + \beta_2 t_0{}^2 + \varepsilon$.

Model yang dihasilkan dari *hazard rate* yang telah ditransformasi adalah $\hat{\mu}_{t_0}{}^*$ = 6.773 $-0.237 t_0$ untuk model linear dan $\hat{\mu}_{t_0}{}^*$ = 6.775 $-0.237 t_0$ $-0.00004174 t_0{}^2$ untuk model kuadratik. Model linear memiliki nilai MSE sebesar 27.087 dan model kuadratik memiliki nilai MSE sebesar 13.543. Menurut uji nyata regresi, model linear dan kuadratik sudah nyata pada taraf nyata 0.05. Model terbaik yang dapat dipilih ialah model kuadratik karena model ini menghasilkan nilai MSE yang paling kecil.

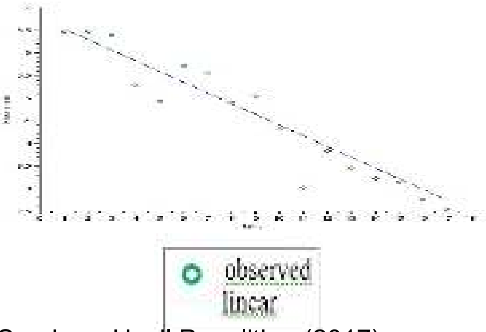
Dengan mentransformasi balik diperoleh persamaan untuk menduga nilai *hazard rate* dengan waktu tunggu menyebar linear sehingga $\hat{\mu}_{t_0} = \frac{1}{(6.775 - 0.237 t_0 - 0.00004174\, t_0{}^2)^2}$.

Sebagai contoh nilai dugaan *hazard rate* pada tahun 2010 dengan $t_0 = 14$ adalah $\widehat{\mu_{14}} = \frac{1}{(6.775 - 0.237(14) - 0.00004174(14)2)^2} =$ 0.08407. Jadi tingkat terjadinya kematian pada tahun 2010 sebesar 0.08407.

Tabel 3. Dugaan persamaan *hazard rate* dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear

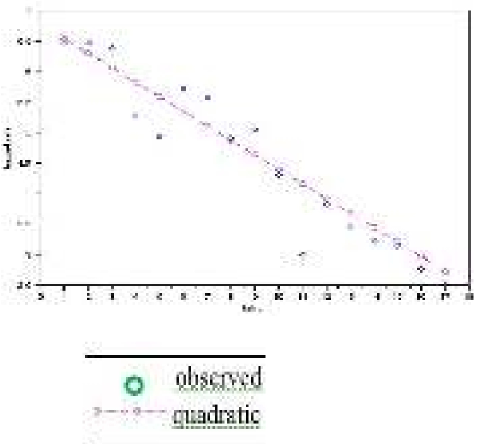
Model Regresi	Persamaan	R Square	Mean Square Error (MSE)	Uji Nyata Regresi (α 0.05)
Linear	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Nyata
kuadratik	$\mu_{t_0}{}^* = 6.775 - 0.237t_0 - 0.00004174t_0^2$	[illegible]	[illegible]	Nyata

Sumber : Hasil Penelitian (2017)



Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 6. Kurva *hazard rate* regresi model linear dengan *hazard rate* asumsi waktu tunggu menyebar linear yang telah ditransformasi



Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 7. Kurva perbandingan *hazard rate* regresi model kuadratik dengan *hazard rate* asumsi waktu tunggu menyebar linear yang telah ditransformasi

2. Analisis Hazard Rate Kecelakaan

[7] *Hazard rate* memiliki peranan penting karena *hazard rate* berkaitan dengan prakiraan peluang kemunculan suatu kejadian dalam suatu lokasi tertentu. Berdasarkan definisi, maka untuk selang waktu $(t_0, t_0 + \Delta t_0)$, peluang kemunculan suatu kejadian adalah $\mu(t_0)\Delta t_0$, dan peluang bahwa tidak ada kejadian pada selang $(t_0, t_0 + n)$ adalah :

$$ {}_n p_{t_0} = \exp\left(-\int_{t_0}^{t_0+n} \mu(y)\,dy\right) $$

atau

$$ {}_n p_{t_0} = \exp\left(-\int_0^n \mu(t_0 + s)ds\right) $$

$$; s = t - t_0 $$

Dengan kata lain,

$$ {}_{t_0}p_0 = S(t_0) = \exp\left(-\int_0^{t_0} \mu(s)\,ds\right), \quad (13) $$

yaitu peluang bahwa tidak ada kejadian yang muncul pada selang $(0, t_0]$. Oleh karena itu, dengan mengasumsikan tidak ada kejadian dalam selang waktu $0, t_0]$ maka peluang paling sedikit satu kejadian yang muncul pada selang waktu $(0, t_0]$ adalah

$$ {}_{t_0}q_0 - 1 - {}_{t_0}p_0 $$

$$ = 1 - \exp\left(-\int_0^{t_0} \mu(s)ds\right). $$

Prakiraan kejadian kematian pada selang $(0, t_0]$ melalui analisa *hazard rate* dilakukan dengan beberapa langkah, yaitu menghitung *hazard rate* kematian untuk masing-masing selang, kemudian menentukan peluang tidak ada kejadian yang muncul pada selang $(0, t_0]$. Selanjutnya, hasil yang diperoleh digunakan untuk menentukan peluang paling sedikit satu kematian yang muncul pada selang $(0, t_0]$.

Prakiraan kemunculan kematian pada waktu yang akan datang dikaji melalui analisis *hazard rate* menggunakan model parametrik untuk waktu tunggu linear yang diperoleh sebelumnya sebagai berikut.

$$ \mu_{t_0}{}^* = 6.775 - 0.237t_0 - 0.00004174t_0{}^2 $$

$$ \widehat{\mu_{t_0}} = \frac{1}{(6.775 - 0.237t_0 - 0.00004174t_0 2)^2} $$

Berdasarkan persamaan (13) dan persamaan (14) dapat dibuat simulasi prakiraan kecelakaan menggunakan data yang diperoleh. Ringkasan prakiraan peluang kemunculan kematian pada suatu selang tertentu dapat dilihat pada Tabel 4 dan diplot pada Gambar 8.

Tabel 4. Hasil prakiraan peluang kemunculan kematian untuk waktu tunggu linear pada selang $(0, t_0]$

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Sumber : Hasil Penelitian (2017)

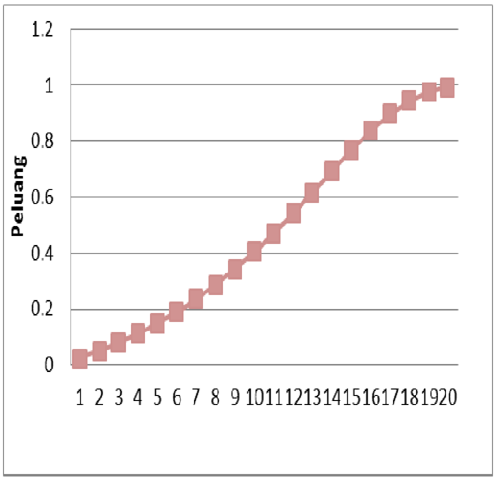
Keterangan :

$\mu^*_{t_0}$: nilai *hazard rate* duga saat t_0 hasil dari transformasi *Box-Cox.*

$\widehat{\mu_{t_0}}$: nilai *hazard rate* duga saat t_0 yang telah ditransformasi balik.

${}_{t_0}p_0$: peluang tidak ada kematian yang muncul pada selang $(0, t_0]$.

${}_{t_0}q_0$: peluang paling sedikit satu kematian yang muncul pada selang waktu $(0, t_0]$.



Sumber : Hasil Penelitian (2017)

Gambar 8. Grafik hubungan peluang kemunculan kematian terhadap selisih waktu t_0 sejak kematian yang terakhir.

Tabel 4 menunjukkan bahwa jika diketahui belum terjadi kematian hingga saat $t_0 = 7$, maka peluang paling sedikit satu kejadian kematian muncul $({}_{t_0}q_0)$ pada selang waktu (0,7] adalah 0.234832, sedangkan untuk selang waktu (0,17] adalah 0.897144, dan seterusnya. Gambar 8 menunjukkan prakiraan kemunculan kematian untuk waktu tunggu linear. Sumbu mendatar menunjukkan selang waktu t_0 sejak kemunculan kematian yang terakhir. Dari gambar dapat dilihat bahwa peluang terjadinya kematian paling sedikit satu kali dalam kurun waktu 17 tahun adalah sebesar 0.897144.

V. PENUTUP

Pada penelitian ini dibahas salah satu metode dalam menduga *hazard rate*. Metode yang dibahas adalah metode *single decrement* pendekatan *likelihood*. Pendekatan *hazard rate* menggunakan metode *single decrement* dengan pendekatan *likelihood* memerlukan informasi *exit time*, yaitu waktu pada saat terjadi kematian. Pendekatan *likelihood* memerlukan asumsi sebaran waktu tunggu terjadinya kematian. Sebaran asumsi tersebut adalah sebaran linear.

Dugaan nilai *hazard rate* jika sebaran waktu tunggu adalah linear adalah $\widehat{\mu_{t_0}} = \frac{q_{t_0}}{1-s q_{t_0}}$ serta $\widehat{q_{t_0}} = \frac{d_{t_0}}{n_{t_0}}$, dengan n_{t_0} adalah banyaknya kematian yang terjadi pada saat atau setelah t_0, d_{t_0} adalah banyaknya kematian yang terjadi pada interval $(t_0, t_0$+1], q_{t_0} adalah peluang munculnya terjadinya kematian pada interval $(t_0, t_0$+1] jika diketahui belum ada kematian hingga saat t_0.

Pendugaan nilai *hazard rate* dalam penelitian ini menggunakan data kematian yang terjadi di provinsi DKI Jakarta pada tahun 1997-2015. Pendugaan nilai *hazard rate* dilakukan dengan pendekatan *likelihood* dengan asumsi waktu tunggu menyebar linear. Dari hasil analisis data didapat model parametrik untuk asumsi tersebut adalah model kuadrat karena memiliki nilai *Mean Square Error* (MSE) terkecil dibanding model linear dan kuadratik. Setelah nilai dugaan *hazard rate* diperoleh maka prakiraan peluang terjadinya kematian minimal satu kali pada selang $(0, t_0]$ dapat diketahui.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bowers, N.L, Gerber, H.U, Hickman, J.C, Jones, D.A, and Nesbitt, C.J. 1986. *Actuarial Mathematics* : The Society of Actuaries.
[2] Collett, D. 2003. Modelling Survival Data in Medical Research. London : Chapman & Hall/CRC.
[3] Kleinbaum, D. 2005. Survival Analysis, a self-learning text. USA:Springer Science + Business Media, Inc.
[4] Le, C.T. 1997. Applied Survival Analysis. New York : John Wiley & Sons, Inc.
[5] N. Sunusi. 2010. Pengembangan Estimasi *Hazard Rate* Proses Titik Temporal dan Aplikasinya pada Prakiraan Kemunculan Gempa [Disertasi]. Bandung: Institut Teknologi Bandung.

[6] N. Sunusi, Kresna A.J, Islamiyati A, and Raupong. 2013. Hazard Rate Estimation of Temporal Point Process, Case Study : Earthquake Hazard Rate in Nusatenggara Region, 1059-1062
[7] Ogata, Y. 1999. Seismicity Analysis Through Point Process Modelling: A Review, *Pure and Applied Geophysics*. 155, 471-507